



Facultad de Ingeniería y Ciencias Agropecuarias FICA

# CURSO DE INGRESO MATEMÁTICA 2015



## CONTENIDOS CONCEPTUALES:

### UNIDAD I.

NÚMEROS. Clasificación. Operaciones con números racionales. Notación científica. Operaciones con números reales: suma, diferencia, producto, cociente, potenciación, radicación. Ejercicios combinados. Logaritmos, cambio de base, propiedades y ecuaciones logarítmicas. Uso de la calculadora.

### UNIDAD II.

EXPRESIONES ALGEBRAICAS. Monomios. Polinomios. Operaciones con expresiones algebraicas enteras. Operaciones con Polinomios. Expresiones algebraicas. División. Regla de Ruffini. Teorema del Resto. Operaciones algebraicas. Factorio, distintos casos. Operaciones con expresiones algebraicas fraccionarias. Simplificación de expresiones algebraicas.

### UNIDAD III.

ECUACIONES. Ecuación lineal. Inecuaciones. Función lineal. Pendiente, ordenada, intersección con ejes. Rectas paralelas y perpendiculares. Sistemas de ecuaciones lineales, distintos métodos de resolución, uso de la calculadora. Planteo de situaciones problemáticas. Función cuadrática. Formula resolvente de la ecuación de segundo grado. Eje de simetría. Vértice. Discriminante. Gráficos. Situaciones problemáticas. Ecuación de segundo grado.

### UNIDAD IV.

TRIGONOMETRÍA. Sistemas de medición de ángulos. Líneas trigonométricas. Relaciones fundamentales. Identidades trigonométricas. Semejanza de triángulos. Resolución de triángulos rectángulos. Uso de la calculadora. Triángulos oblicuángulos. Teorema del seno y coseno. Problemas de aplicación.

### • **BIBLIOGRAFÍA:**

- Matemática I, II, y III. Polimodal. Editorial Santillana.
- Matemáticas Bachillerato I, II y III. Miguel de Guzmán. Editorial Anaya.
- Matemática 1, 2, 3, 4 y 5 Editorial AZ.
- Álgebra y Trigonometría. Stanley A. Smith-Randall I. Charles-John A. Dossey- Mervin L. Keedy- Marvin L. Bittinger. Ed. Addison Wesley Longman.
- Matemática I, II, III y IV Tapia. Editorial Estrada.
- Aritmética y Algebra 3. Repetto-Linskens. Fesquet. Editorial Kapeluz
- Matemática para ingresante. Segunda edición 2005. Editorial UNSL

# UNIDAD I

# NÚMEROS REALES



<http://elvalordelosnumerosreales.blogspot.com/2010/03/imagenes-de-numeros-reales.html>

<http://blogbenitez.wordpress.com/matematicas/2%C2%BA-eso/ud-1-numeros-enteros/>

*Al finalizar esta unidad, el alumno deberá ser hábil en:*

- ❖ *Identificar los distintos tipos de números.*
- ❖ *Representar los números en la recta real.*
- ❖ *Distinguir relaciones de orden entre los números reales.*
- ❖ *Operar con números reales aplicando correctamente las propiedades de cada operación.*
- ❖ *Operar con números reales en la forma de notación científica.*
- ❖ *Comprender la importancia de las funciones exponenciales y logarítmicas.*
- ❖ *Aplicar las propiedades de cada una de ellas en la resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas.*
- ❖ *Emplear los conocimientos aprehendidos en esta unidad en la resolución de situaciones problemáticas de la vida cotidiana.*

## CONJUNTOS NUMÉRICOS

Cuando el hombre tuvo la necesidad de contar y ordenar, utilizó los números 1,2,3,4,5,6,....., que denominamos **Números Naturales** que lo representamos con la letra  $\mathbb{N}$ .

Con este conjunto de números podemos realizar las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación con exponente natural, radicación, siempre y cuando al ejecutar una de esas operaciones obtengamos como resultado otro número natural.

Pero existen ciertas restas como  $9 - 12$  que no da un número natural, aparecen aquí los **Números Enteros** que se denota con la letra  $\mathbb{Z}$ . Este conjunto está formado por los naturales, los números negativos y el cero.

Si realizamos la siguiente operación entre dos números enteros:  $8/4$ , da otro entero 2; pero  $8/3$  no da un número entero. Entran en juego aquí los **Números Racionales** o **Fraccionarios** que se simbolizan con la letra  $\mathbb{Q}$ .

Los números fraccionarios, que también pueden expresarse como números decimales, los podemos clasificar en decimales exactos y decimales periódicos; por ejemplo,  $1/2$  y  $5/3$ ,

respectivamente. Cada grupo de estos decimales les corresponde una fracción determinada que usted ya ha estudiado en la escuela secundaria.

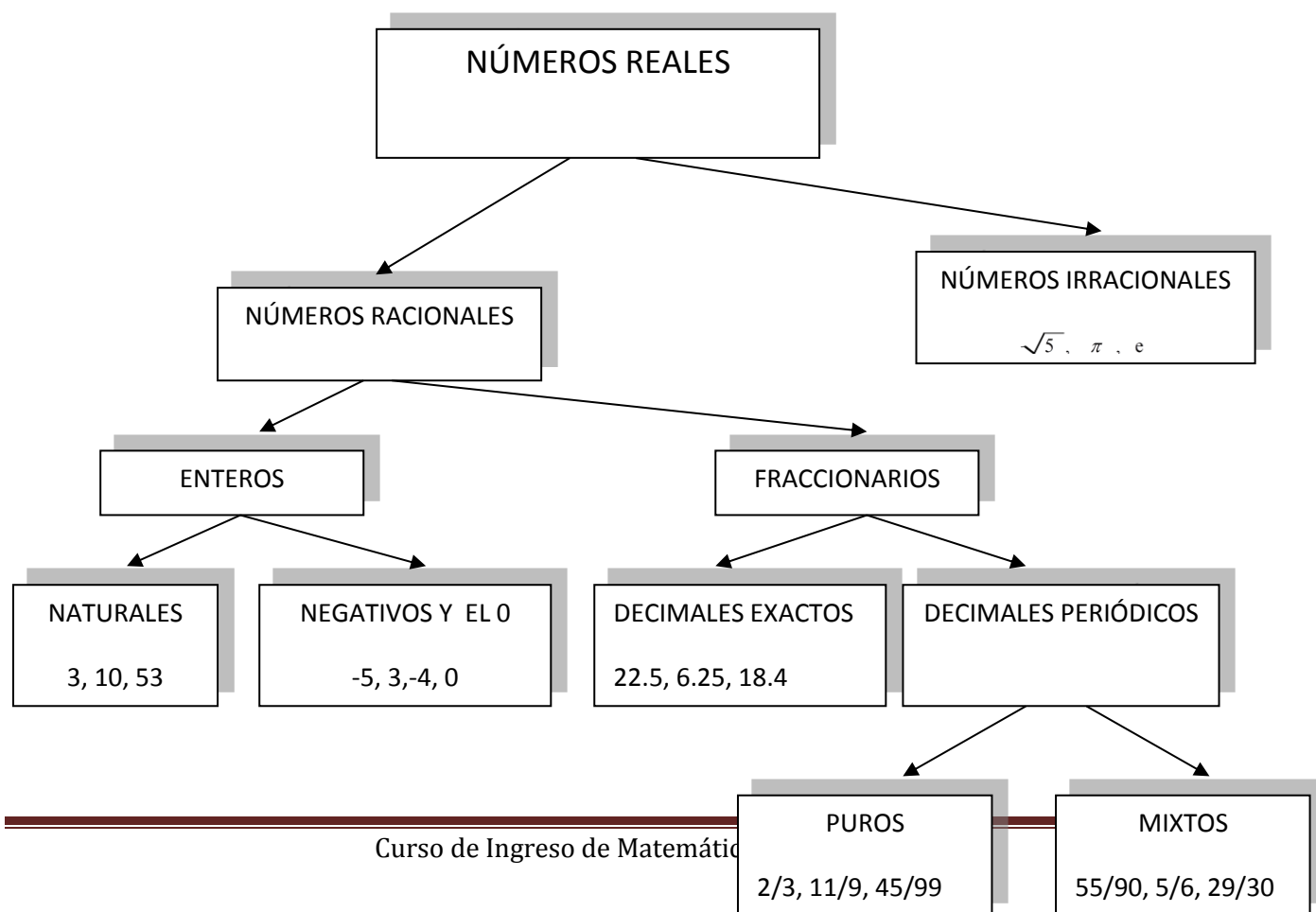
Los decimales exactos son aquellos que poseen un número finito de cifras decimales ( $19/5 = 3,8$ ) y los periódicos tienen infinitas cifras decimales que se repiten ( $7/9 = 0,7777\dots$ ). Éstos últimos se pueden subdividir en puros y mixtos. Los puros tienen solamente cifras decimales que se repiten ( $4/3 = 1,3333\dots$ ), en cambio los mixtos, cifras que se no se repiten y que se repiten ( $53/90 = 0,58888\dots$ )

Si se realiza la operación  $\sqrt{5}$  o  $\sqrt[3]{-5}$ , se observa que no se obtiene un número exacto, un número natural o un número entero, sino un número decimal con infinitas cifras sin repetir, lo mismo ocurre si se trabaja con el número  $\pi = 3,1416\dots$  o el número neperiano  $e = 2,7182\dots$ . Este tipo de números cuya parte decimal no es exacta ni periódica recibe el nombre de **Irracionales** y se simbolizan con la letra  $I$ . Estos números no pueden expresarse como una fracción.

El conjunto de los números racionales y los irracionales constituyen el conjunto de los **Números Reales** que se denotan con la letra  $\mathbb{R}$ .

Existe otro conjunto de números del cual no nos ocuparemos en este curso, que está constituido por las raíces de índice par con radicando negativo, por ejemplo:  $\sqrt{-16}$ ,  $\sqrt[4]{-81}$ .

La utilidad de los números es sorprendente, sean naturales, enteros, racionales, irracionales, complejos. La aplicación de los números es inmensa, cualquiera sea la profesión que se desempeñe, los números siempre estarán involucrados en la vida diaria hasta para comprar un caramelo. Es un regalo muy valioso que nos dejaron las civilizaciones anteriores.

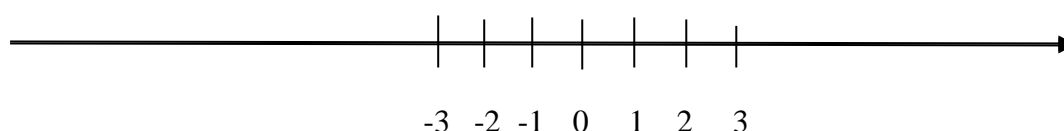


## REPRESENTACIÓN EN LA RECTA REAL

El conjunto de los números reales se representa gráficamente sobre una recta denominada recta real o recta numérica.

Para construir una recta numérica, se traza una recta horizontal y se elige un punto arbitrario que se lo llama cero (0) y se escoge un segmento unidad para tabular la recta. Dicho cero, divide a la recta en dos partes, a la derecha se ubican los números reales positivos y a la izquierda los números reales negativos.

A cada número real le corresponde un único punto de la recta real y a cada punto de la recta numérica representa un único número real, es decir, existe una relación biunívoca entre los puntos de la recta real y los números reales.



## VALOR ABSOLUTO DE UN NÚMERO REAL

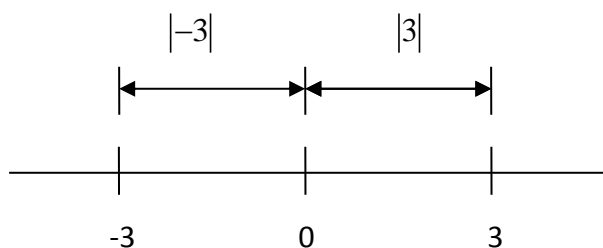
La notación  $|x|$  se emplea para expresar el valor absoluto de un número real.

$$|x| \stackrel{def}{=} \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

Geoméricamente, el valor absoluto de  $x$  es la distancia entre el punto de la recta representativo del número  $x$  y el origen (cero).

Ejemplo:

$$|3| = 3 \quad |-3| = -(-3) = 3$$



Otra forma de expresar  $|x|$  es  $|x| = \sqrt{x^2}$

Ejemplo:

$$\text{Si } x^2 = 49, \sqrt{x^2} = 7$$

$$|x| = 49, \text{ entonces } x = 7 \text{ o } x = -7$$

## ORDEN

Al representar los números reales en la recta numérica, se puede observar que este conjunto es ordenado. Es decir, que dados dos números reales  $a$  y  $b$ , se puede determinar siempre una relación de igualdad, menor o mayor. Esto significa que se comprueba una de las siguientes desigualdades:

$$a < b \text{ o } a \leq b \text{ o } a > b \text{ o } a \geq b$$

### Orden de los números reales

Sean  $a$  y  $b$  cualesquiera dos números reales.

Símbolo	Definición	Se lee
$a > b$	$a - b$ es positivo	$a$ es mayor que $b$
$a < b$	$a - b$ es negativo	$a$ es menor que $b$
$a \geq b$	$a - b$ es positivo o cero	$a$ es mayor o igual que $b$
$a \leq b$	$a - b$ es negativo o cero	$a$ es menor o igual que $b$

Son símbolos de desigualdades:  $>$ ,  $<$ ,  $\geq$ ,  $\leq$ .

Una propiedad importante para comparar dos números reales es:

#### Propiedad de tricotomía

Sean  $a$  y  $b$  cualesquiera dos números reales. Sólo una de las siguientes expresiones es verdadera:

$$a < b, \text{ } a = b, \text{ o } a > b.$$

## ORDEN DE OPERACIONES

Para resolver operaciones aritméticas, se deben cumplir con ciertas reglas:

- 1.- Primero resolver todo lo que esté dentro de símbolos de agrupación.
- 2.- Evaluar las expresiones exponenciales.
- 3.- Hacer todas las multiplicaciones y divisiones en orden de izquierda a derecha.
- 4.- Hacer todas las sumas y restas en orden de izquierda a derecha.

$$\text{Ejemplo: } \frac{4(4-6) - 5.3 + 4^2}{2^3 + 23^0} = \frac{4(-2) - 5.3 + 16}{8+1} = \frac{-8-15+16}{9} = \frac{-7}{9} = -\frac{7}{9}$$

En los números reales se define la relación de igualdad y se comprueban las propiedades: reflexiva, simétrica, transitiva y uniforme para todo número real  $a$ ,  $b$  y  $c$ .

1) **REFLEXIVA:**  $\forall a \in \mathbb{R} \quad a = a$  (Todo número real " $a$ " es igual a sí mismo)

2) **SIMÉTRICA:**  $\forall a, b \in \mathbb{R}$  si  $a = b$  entonces  $b = a$  (Para todo par de números reales " $a$ " y " $b$ " si " $a$ " es igual a " $b$ ", entonces " $b$ " es igual a " $a$ ")

3) **TRANSITIVA:**  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$  si  $a = b$  y  $b = c$  entonces  $a = c$  entonces  $a = c$  (Si un número real "a" es igual a un número real "b" y "b" es igual al número real "c", entonces  $a = c$ ).

4) **UNIFORME:**

**Para la adición:**  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$  si  $a = b$  entonces  $a + c = b + c$  (Si ambos miembros de una igualdad se le suma un mismo número se obtiene otra igualdad).

**Para la multiplicación:**  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$  si  $a = b$  entonces  $a \cdot c = b \cdot c$  (Si multiplicamos ambos miembros de una igualdad por un mismo número se obtiene otra igualdad).

Teniendo en cuenta estas propiedades se expresan las leyes cancelativas de la adición y la multiplicación.

\_ Para la adición  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$ :  $a + c = b + c$  entonces  $a = b$ .

\_ Para la multiplicación  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$  y  $b \neq 0$ :  $a \cdot c = b \cdot c$  entonces  $a = b$

\_ Y también la ley de anulación del producto:  $a \cdot b = 0$ , si  $a = 0$  ó  $b = 0$  ó  $a = b = 0$

Al considerar la **diferencia** entre números reales:

$\forall a, b \in \mathbb{R}$ ,  $a - b = a + (-b)$ ; a es el minuendo y b es el sustraendo.

Por ejemplo:  $4 - \frac{1}{2} = 4 + \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{2}$

*"NO SE PUEDEN CANCELAR LOS FACTORES QUE SON IGUALES A CERO"*

En el caso de emplear la **propiedad cancelativa de la multiplicación con un factor literal**, debe especificarse que la simplificación **no es válida para todo valor que anule dicho factor**.

De lo contrario, se perderían soluciones en el caso de trabajar con ecuaciones.

En cuanto a la ley de anulación del producto, se utilizará de la siguiente manera:

$a \cdot b = 0 \Rightarrow a = 0 \vee b = 0$ , lo cual significa que puede ocurrir una de éstas tres casos:

$a = 0 \wedge b \neq 0$

$a \neq 0 \wedge b = 0$

$a = 0 \wedge b = 0$

Esto último, es muy utilizado en la resolución de ecuaciones.

## **OPERACIONES CON NÚMEROS REALES. PROPIEDADES**

Es muy importante operar correctamente con los números reales, razón por la cual, se deben tener presentes las propiedades que se cumplen con cada operación.

### **Reglas de los signos**

- En la adición de números con signos iguales, los números se suman y el resultado tiene el mismo signo. Si los números tienen signos diferentes, éstos se restan y el resultado lleva el signo del mayor. Por ejemplo:

$$4 + 3 = 7$$

$$9 - 5 = 4$$

$$8 - 10 = -2$$

$$-5 - 2 = -7$$



- En la multiplicación y en la división, si los números tienen el mismo signo, el resultado es de signo positivo, si los números tienen signos opuestos, el resultado es de signo negativo. Por ejemplo:

$$3 \cdot 5 = 15$$

$$3 \cdot (-2) = -6$$

$$(-4) \cdot 2 = -8$$

$$(-3) \cdot (-7) = 21$$

### Propiedades de la adición

- *Ley de cierre:*  $\forall a \wedge \forall b \in \mathbb{R}, \exists c \in \mathbb{R} / a + b = c$
- *Conmutativa:*  $\forall a, b \in \mathbb{R}, a + b = b + a$
- *Asociativa:*  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}, a + (b + c) = (a + b) + c$
- *Existencia del elemento neutro:*  $\forall a \in \mathbb{R}, \exists 0 \in \mathbb{R} / a + 0 = 0 + a = a$
- *Existencia del inverso aditivo u opuesto:*  
 $\forall a \in \mathbb{R}, \exists -a \in \mathbb{R} / a + (-a) = (-a) + a = 0$

### Propiedades de la multiplicación

- *Ley de cierre:*  $\forall a \wedge \forall b \in \mathbb{R}, \exists c \in \mathbb{R} / a \cdot b = c$
- *Conmutativa:*  $\forall a, b \in \mathbb{R}, a \cdot b = b \cdot a$
- *Asociativa:*  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}, a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$
- *Existencia del elemento neutro:*  $\forall a \in \mathbb{R}, \exists 1 \in \mathbb{R} / a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$
- *Existencia del recíproco:* todo número real  $a \neq 0$  tiene su inverso multiplicativo o recíproco tal que  $a \cdot \left(\frac{1}{a}\right) = \left(\frac{1}{a}\right) \cdot a = 1$

### Propiedad distributiva que combina suma y multiplicación

- $(a \pm b) \cdot c = a \cdot c \pm b \cdot c$
- $c \cdot (a \pm b) = c \cdot a \pm c \cdot b$
- $(a + b) : c = a : c + b : c$ . Esta igualdad puede escribirse en función del recíproco de  $c$  como:

$$(a \pm b) \cdot \frac{1}{c} = a \cdot \frac{1}{c} \pm b \cdot \frac{1}{c} = \frac{a}{c} \pm \frac{b}{c}$$

## Potenciación

$$a^n = \underbrace{a.a.a.a\dots}_{n \text{ veces}} \quad \text{con } n \in \mathbb{N}$$

$a$  se denomina base y  $n$  exponente

$$a^{-1} = \frac{1}{a} \quad \text{con } a \neq 0 \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{con } a \neq 0$$

## Propiedades de la potenciación

- $(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$
- $(a : b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n = a^n : b^n = \frac{a^n}{b^n}, \quad b \neq 0$
- $a^m \cdot a^n = a^{m+n}, \quad a \neq 0$
- $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$

## Radicación

$$\sqrt[n]{a} = b \quad \text{si y solo si } b^n = a, \quad n \in \mathbb{N}$$

$a$  recibe el nombre de radicando,  $n$  es el índice, y el signo  $\sqrt{\quad}$  se denomina radical.

### Ejemplos:

$$\sqrt{16} = 4 \quad \text{si y solo si } 4^2 = 16$$

$$\sqrt{-16} = \text{¿es posible?}$$

$$\sqrt[3]{8} = 2 \quad \text{si y solo si } 2^3 = 8$$

$$\sqrt[3]{-8} = -2 \quad \text{si y solo si } (-2)^3 = -8$$

El segundo caso de radicación no es posible, ya que ningún número real distinto de cero elevado al cuadrado, dá como resultado -16, siempre dará un número positivo. Por lo tanto, no se puede calcular  $\sqrt[n]{a}$  con  $n$  par y  $a < 0$ , no tiene solución en el campo de los números reales. Es decir, la radicación no es siempre posible en  $\mathbb{R}$ . Y dado el caso mencionado, la radicación no es cerrada en  $\mathbb{R}$ .

No siempre es posible simplificar un radical con un radicando negativo. Por ejemplo:

$$\sqrt[8]{4^4} = \sqrt[8]{256} = 2$$

$$\sqrt[8]{4^4} = \sqrt{4} = 2$$

, los resultados coinciden

$$\sqrt[4]{(-4)^2} = \sqrt[4]{16} = 2$$

$$\sqrt[4]{(-4)^2} = \sqrt[4]{2]{(-4)^{2\frac{1}{2}}} = \sqrt{(-4)} = \text{no tiene solución en los reales}$$

$$\sqrt[5]{(-2)^5} = \sqrt[5]{-32} = -2$$

$$\sqrt[5]{(-2)^5} = \sqrt[5]{(-2)^{5\frac{1}{5}}} = -2, \text{ los resultados coinciden}$$

$$\sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{64} = 2$$

$$\sqrt[6]{(-8)^2} = \sqrt[6]{2]{(-8)^{2\frac{1}{2}}} = \sqrt[3]{(-8)} = -2, \text{ los resultados no coinciden}$$

Esto se puede sintetizar diciendo

$$n \text{ es impar } \sqrt[n]{a^n} = a$$

$$n \text{ es par } \sqrt[n]{a^n} = |a|$$

Si el índice es impar, la raíz real es única y del mismo signo que el radicando.

Si el índice es par y el radicando positivo, la raíz real es también única y por definición positiva.

#### Observaciones:

- Por definición, la radicación admite un único resultado.
- La radicación no es cerrada en  $\mathbb{R}$ .
- Es importante recordar que:

$$n \text{ es impar } \sqrt[n]{a^n} = a$$

$$n \text{ es par } \sqrt[n]{a^n} = |a|$$

▪

La notación  $|a|$  se lee *valor absoluto de a* y se define:  $|a| = \begin{cases} a & \text{si } a > 0 \\ -a & \text{si } a < 0 \end{cases}$

Ejemplo:

- $|3| = 3$   
 $|-3| = 3$

#### Propiedades de la radicación

$$\bullet \sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\bullet \sqrt[n]{a:b} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$\bullet \sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$$

$$\bullet \sqrt[n]{a^m} = a^{m/n} \quad \text{con } n \in \mathbb{N} \text{ y } m \in \mathbb{Z}$$

Esta propiedad se refiere a la potenciación con exponente racional.

Si  $n \in \mathbb{N}$  y  $\frac{m}{n}$  es una fracción irreducible

$$a > 0 \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a < 0 \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} \quad \text{si } m \text{ es impar}$$

$$a = 0 \quad a^{\frac{m}{n}} = 0$$

$$\bullet \sqrt[n]{a} = a^{1/n}$$

## NOTACIÓN CIENTÍFICA

Cuando se debe trabajar con números muy grandes o muy pequeños, esto ocurre muy frecuentemente en ciencia, tecnología, ingeniería, se utiliza una forma de expresar los números que se denomina notación científica.

Consiste en expresar las cifras decimales en potencias de diez:

$$N 10^n$$

$N$  es un número real de una sola cifra entera distinta de cero, tal que  $1 \leq N < 10$  y  $n$  es un número entero.

La ventaja de emplear esta notación, es que evita la dificultad de trabajar con varias cifras decimales y permite percibir el orden de magnitud de una cantidad por el exponente  $n$ .

Ejemplos:

Masa de la tierra:  $5,98 \cdot 10^{24}$  kg

Edad de la tierra:  $4 \cdot 10^9$  años

Masa del electrón:  $9,11 \cdot 10^{-31}$  kg

Longitud de una célula típica:  $5 \cdot 10^{-5}$  m

Los números reales expresados en notación científica pueden operarse sin dificultad, tanto la suma, como la resta, la multiplicación, la división y la potencia de potencia.

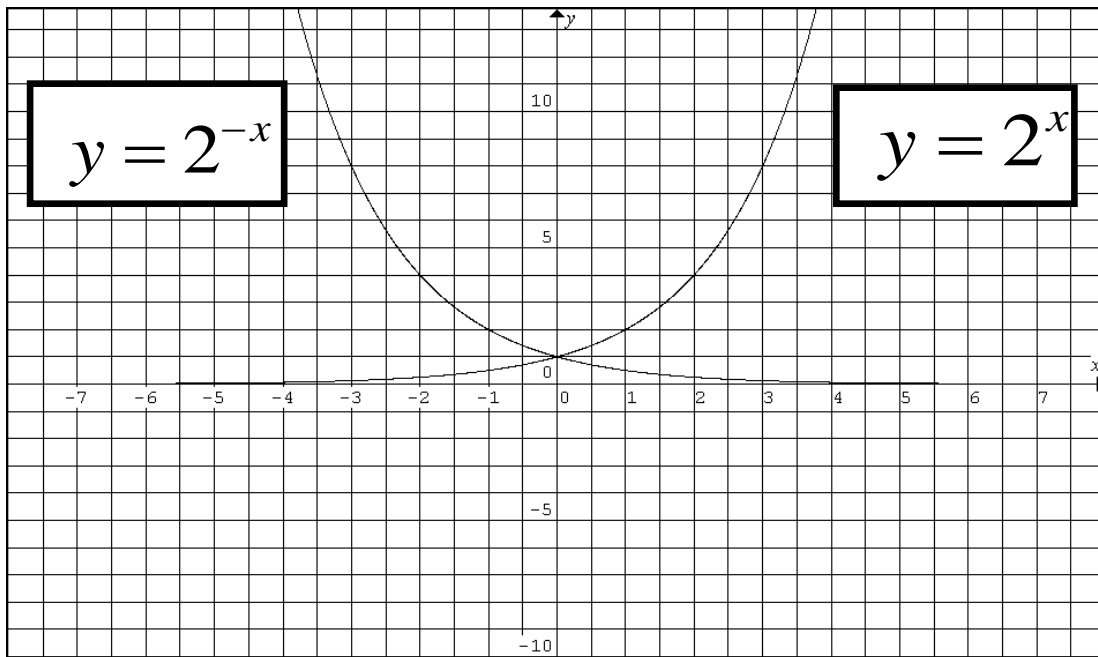
Ejemplo:

$$\frac{(2,5 \cdot 10^8 - 4,2 \cdot 10^8) \cdot (3,4 \cdot 10^{-5} + 9,1 \cdot 10^{-5})}{(5,28 \cdot 10^4)^2} =$$

$$\frac{(-1,7 \cdot 10^8) \cdot (1,25 \cdot 10^{-4})}{5,28 \cdot 10^8} = \frac{-2,125 \cdot 10^4}{5,28 \cdot 10^8} = 4,02 \cdot 10^{-5}$$

## FUNCIÓN EXPONENCIAL

Una función exponencial es cualquier función de la forma  $f(x) = b^x$ , donde  $b > 0$ ,  $b \neq 1$  y  $x$  es cualquier número real. El número  $b$  se denomina base.



### Características comunes a las funciones exponenciales

- 1.- La ordenada al origen es 1.
- 2.- Si  $b > 1$ , el eje  $x$  negativo es una asíntota; si  $b < 1$  el eje  $x$  positivo es una asíntota.
- 3.- Si  $b > 1$ , todas las curvas crecen a medida que aumentan los valores de  $x$ ; si  $b < 1$ , todas las curvas decrecen a medida que crecen los valores de  $x$ .

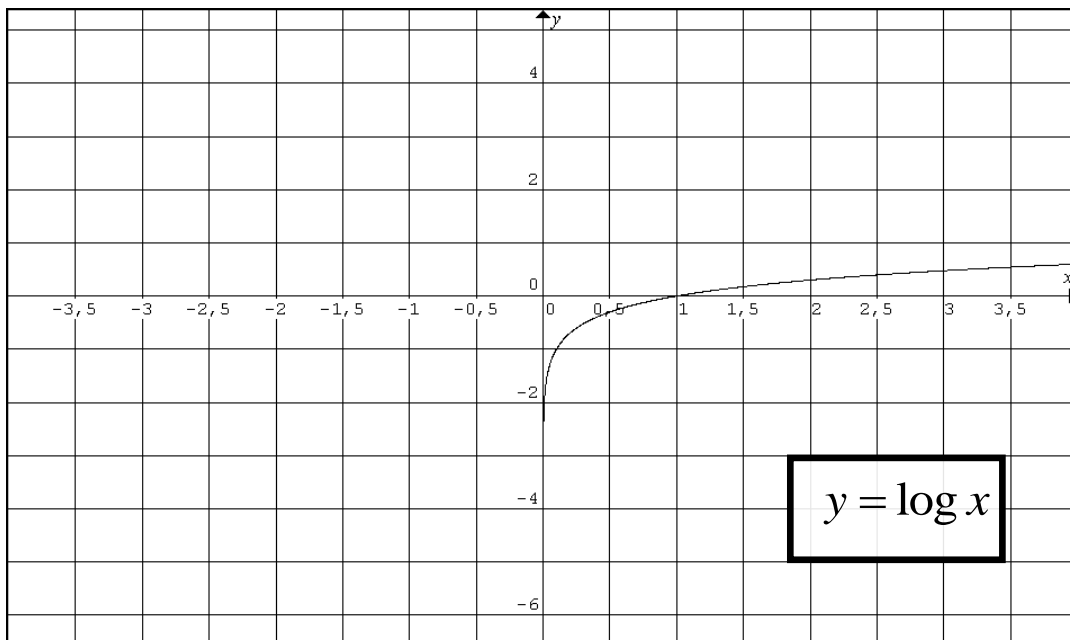
Un caso particular de la función exponencial y muy utilizado es cuando la base es el número e:

$$y = e^x \quad \text{y} \quad y = e^{-x}$$

## FUNCIÓN LOGARÍTMICA

Una función logarítmica es cualquier función de la forma  $f(x) = \log_a x$ , donde  $x > 0$ ,  $b > 0$  y  $b \neq 1$ .

Si  $y = \log_b x \Leftrightarrow x = b^y$ . El número representado por  $b$  recibe el nombre de base.



Observando la gráfica, se puede deducir que:

- 1.- La función logaritmo está definida para valores de  $x$  mayores a cero.
- 2.- El logaritmo de cero no existe, cualquiera sea la base.
- 3.- Los valores de  $y$  o las imágenes son todos los números reales.
- 4.- La gráfica nunca corta al eje  $y$ , es decir, que este eje es asíntota de la curva.

### Logaritmos de bases diferentes

Para calcular los valores de  $\ln x$  y  $\log x$ , se puede utilizar una calculadora o computadora. Para realizarlo se utiliza la siguiente fórmula:

$$\log_b x = \frac{\ln x}{\ln b}$$

Dos bases muy utilizadas son: la base 10 y la base  $e$ . Cuando la base es 10, el logaritmo de un número se expresa como:  $y = \log x$  y si la base es el número  $e$ :  $y = \ln x$ .

### PROPIEDADES

- 1.- Si  $x$  y  $y$  son números reales positivos,  $b > 0$  y  $b \neq 1$ , entonces

$$\log_b xy = \log_b x + \log_b y$$

- 2.- Si  $x$  y  $y$  son números reales positivos,  $b > 0$  y  $b \neq 1$ , entonces

$$\log_b \frac{x}{y} = \log_b x - \log_b y$$

- 3.- Si  $x$  y  $y$  son números reales positivos,  $b > 0$  y  $b \neq 1$ , entonces

$$\log_b x^n = n \log_b x$$

- 4.- Si  $x$  y  $y$  son números reales positivos,  $b > 0$  y  $b \neq 1$ , entonces

$$\log_b 1 = 0$$

5.- Si  $x$  y  $y$  son números reales positivos,  $b > 0$  y  $b \neq 1$ , entonces

$$\log_b b = 1$$

6.- Si  $x$  y  $y$  son números reales positivos,  $b > 0$  y  $b \neq 1$ , entonces

$$\log_b b^n = n$$

## ECUACIONES EXPONENCIALES

Las ecuaciones exponenciales son aquellas en las que la incógnita aparece en un exponente o en más de uno.

Para resolverlas se tendrá presente que:

- Siempre que sea posible, es conveniente expresar ambos miembros como potencias de una misma base.
- Para despejar incógnitas que aparecen en el exponente, es posible usar logaritmos.
- Cualquier logaritmo puede obtenerse con una calculadora científica.

Ejemplo:

$$2^{x+3} = 32$$

$$2^x \cdot 2^3 = 2^5$$

$$2^x = \frac{2^5}{2^3}$$

$$2^x = 2^2, \text{ aplico } \log_2 \text{ a ambos miembros}$$

$$\log_2 2^x = \log_2 4 \Rightarrow x = \log_2 4 = 2$$

## ECUACIONES LOGARÍTMICAS

Las ecuaciones logarítmicas son las que tienen la incógnita en el argumento de algún logaritmo.

Para resolverlas se tendrá presente que:

- Para despejar una incógnita contenida en el argumento, se aplica la definición de logaritmo.
- Siempre que sea posible, conviene agrupar los logaritmos en uno solo, para lo cual se aplican las propiedades.
- Sólo existen logaritmos de números positivos, por lo cual deben descartarse como soluciones los valores que no verifiquen la ecuación original.

Ejemplo:

$$\log_2(x+1) = 3$$

Aplicando la definición obtenemos:

$$2^3 = x+1$$

$$x = 8 - 1$$

$$x = 7$$

## Aplicaciones de la función exponencial

La aparición de las funciones exponenciales surge naturalmente cuando se estudian diversos fenómenos relacionados con el crecimiento y el decrecimiento de poblaciones humanas, con colonias de bacterias, con sustancias radiactivas y con otros muchos procesos vinculados a la Economía, la Medicina, la Química y otras disciplinas.

### **Aplicaciones de la función logarítmica**

En todos los casos en que se aplican funciones exponenciales, son necesarios los logaritmos para averiguar los valores de las variables que aparecen como incógnitas en los exponentes.

#### **DIRECCIONES DE PÁGINAS WEB PERTINENTES A LOS TEMAS DE ESTA UNIDAD**

- [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/indice\\_ud.php](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/indice_ud.php)
- <http://sipan.inictel.gob.pe/internet/av/ejerteor.htm>
- <http://huitoto.udea.edu.co/Matematicas/NuevoContenido.html>
- <http://facultad.bayamon.inter.edu/smejias/algebra/conferencias/interv.htm>
- [http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Numeros\\_Reales\\_Aproximaciones/numeros6.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Numeros_Reales_Aproximaciones/numeros6.htm)
- [http://www.unizar.es/aragon\\_tres/unidad1/u1logre10.pdf](http://www.unizar.es/aragon_tres/unidad1/u1logre10.pdf)
- <http://www.ematematicas.net/logaritmo.php?a=5>
- <http://www.vadenumeros.es/primero/propiedades-de-los-logaritmos.htm>
- <http://huitoto.udea.edu.co/Matematicas/2.1.html><http://www.educarchile.cl/Portal.Base/Web/VerContenido.aspx?GUID=ccae49bd-cf5b-4136-a29f-ff1acadefdf9&ID=136164&FMT=1379>

#### **ANEXO I: FÓRMULAS DE PERÍMETROS, ÁREAS, VOLÚMENES**